

CONVERSIONE DI UN NUMERO DECIMALE IN UN NUMERO IN BASE QUALSIASI.

(ALGORITMO DELLE DIVISIONI SUCCESSIVE)

Sia dato un numero N_{10} in base 10 e sia B la base del sistema di numerazione nel quale si voglia convertirlo. Si inizia eseguendo la divisione N_{10}/B , che in generale avrà come soluzione un numero con una parte intera $I_{0,10}$ ed una parte frazionaria $F_{0,10}$, tali che:

$$\frac{N_{10}}{B} = I_{0,10} + \frac{R_{0,10}}{B} = I_{0,10} + F_{0,10}$$

dove

$$\frac{R_{0,10}}{B} = F_{0,10} \Rightarrow R_{0,10} = F_{0,10} * B$$

quindi il resto della divisione $N_{0,10}/B$ si trova moltiplicando la parte frazionaria della divisione per la base B .

Tale resto, che chiamiamo $R_{0,10}$, costituisce la cifra meno significativa (**LSD**) del numero in base B , cifra che chiamiamo $D_{0,B}$.

Si esegue la divisione $I_{0,10}/B$, che in generale avrà come soluzione un numero con una parte intera $I_{1,10}$ ed una parte frazionaria $F_{1,10}$. Si trova il resto $R_{1,10}$ di tale divisione eseguendo la moltiplicazione $F_{1,10} * B$: il risultato di tale operazione costituisce la cifra immediatamente a sinistra di quella meno significativa del numero in base B , cifra che chiamiamo $D_{1,B}$.

Si prosegue in questo modo finché la divisione $I_{n,10}/B$ non fornisce come risultato una parte intera **nulla** ed una parte frazionaria $F_{n+1,10}$. Si trova il resto di quest'ultima divisione eseguendo la moltiplicazione $F_{n+1,10} * B$: il risultato di tale operazione costituisce la cifra più significativa (**MSD**) del numero in base B , cifra che chiamiamo $D_{n+1,B}$.

• ESEMPIO 1: Convertiamo il numero 67855_{10} in ottale.

Eseguiamo la divisione $67855_{10}/8_{10}$ si ottiene: 8481.875_{10} . Dove 8481_{10} è la parte intera che abbiamo chiamato in precedenza $I_{0,10}$ e 0.875_{10} è la parte frazionaria che abbiamo chiamato $F_{0,10}$. Per ottenere la LSD del numero in ottale basterà eseguire la moltiplicazione $0.875_{10} * 8_{10}$ ($R_{0,10} = F_{0,10} * B$) che dà per risultato la cifra 7_8 . Quindi **7** è la cifra meno significativa (LSD) della conversione in ottale del numero 67855_{10} .

Si torna ora alla $I_{0,10}$ cioè al numero 8481_{10} e si esegue la divisione $8481_{10}/8_{10}$. Si ottiene 1060.125_{10} , dove $I_{1,10} = 1060_{10}$ e $F_{1,10} = 0.125_{10}$. Ora per ottenere la cifra immediatamente a sinistra della LSD in ottale basterà eseguire la moltiplicazione $F_{1,10} * 8_{10} = 0.125 * 8 = R_{1,10} = 1_8$.

Si torna ora alla $I_{1,10} = 1060_{10}$ e si esegue la divisione $1060_{10}/8_{10}$. Si ottiene il numero 132.5_{10} , dove $I_{2,10} = 132_{10}$ e $F_{2,10} = 0.5_{10}$. Ora $F_{2,10} * 8_{10} = 0.5_{10} * 8_{10} = R_{2,10} = 4_8$ è la cifra immediatamente a sinistra della precedente.

Si torna ora alla $I_{2,10} = 132_{10}$ e si esegue la divisione $132_{10}/8_{10}$. Si ottiene 16.5_{10} , dove $I_{3,10} = 16_{10}$ e $F_{3,10} = 0.5_{10}$. Ora $F_{3,10} * 8_{10} = 0.5_{10} * 8_{10} = R_{3,10} = 4_8$ e' la cifra immediatamente a sinistra della precedente.

Si torna ora alla $I_{3,10} = 16_{10}$ e si esegue la divisione $16_{10}/8_{10}$. Si ottiene 2.0 dove $I_{4,10} = 2_{10}$ e $F_{4,10} = 0.0_{10}$. Ora $F_{4,10} * 8_{10} = 0.0_{10} * 8_{10} = R_{4,10} = 0_8$ è la cifra immediatamente a sinistra della precedente.

Si torna ora alla $I_{4,10} = 2_{10}$ e si esegue la divisione $2_{10}/8_{10}$. Si ottiene 0.25_{10} , dove $I_{5,10} = 0_{10}$ e $F_{5,10} = 0.25_{10}$. Ora $F_{5,10} * 8_{10} = 0.25_{10} * 8_{10} = R_{5,10} = 2_8$ e' la cifra immediatamente a sinistra della precedente e, essendo $I_{5,10} = 0_{10}$, è anche la MSD.

Quindi abbiamo trovato che 67855_{10} equivale a 204417_8 .

Per verificarlo basta eseguire:

$$2 * 8^5 + 0 * 8^4 + 4 * 8^3 + 4 * 8^2 + 1 * 8^1 + 7 * 8^0 = 65536 + 0 + 2048 + 256 + 8 + 7 = 67855_{10}$$

ESERCIZIO: UTILIZZANDO IL METODO SOPRA DESCRITTO ESEGUIRE LE SEGUENTI CONVERSIONI

$67855_{10} =$ _____ ₁₆	$3456784_{10} =$ _____ ₈	$56489032_{10} =$ _____ ₁₆
$67855_{10} =$ _____ ₂	$3456784_{10} =$ _____ ₂	$56489032_{10} =$ _____ ₂

CASO DI NUMERO DECIMALE CON PARTE FRAZIONARIA

Nel caso il numero decimale abbia una parte frazionaria la procedura di conversione si divide in due fasi:

- la parte intera si converte come descritto prima;
- la sola parte frazionaria si converte con una procedura simile alla precedente ma eseguendo moltiplicazioni in luogo di divisioni. Questa procedura si esplicita di seguito.

Sia dato un numero $N_{10}.M_{10}$ con parte intera N_{10} e parte frazionaria $0.M_{10}$ e si voglia convertirlo in un numero in base B.

La conversione della parte intera N_{10} si svolge come descritto in precedenza.

Per la conversione della parte frazionaria $0.M_{10}$ si inizia eseguendo la moltiplicazione $0.M_{10} * B$, che in generale avrà come soluzione un numero con una parte intera $I_{0,10}$ ed una parte frazionaria $F_{0,10}$:

$$0.M_{10} * B = I_{-1,10} + F_{-1,10}$$

La parte intera $I_{-1,10}$ rappresenta la prima cifra a destra della virgola del numero convertito nella base B, cifra che chiameremo $D_{-1,B}$.

Ora ripartiamo da $F_{-1,10}$ e eseguiamo ancora la moltiplicazione per la base B. Otteniamo $F_{-1,10} * B = I_{-2,10} + F_{-2,10}$. La parte intera $I_{-2,10}$ rappresenta la seconda cifra a destra della virgola del numero convertito nella base B, cifra che chiameremo $D_{-2,B}$.

Si ripete il procedimento descritto fino a che o la parte frazionaria si annulla o si decide di arrestare la conversione in funzione della precisione che si intende realizzare. In quest'ultimo caso la conversione sarà approssimata per difetto e, se si vuole, per eccesso.

• ESEMPIO 2: Convertiamo il numero $0,625_{10}$ in base 5.

Eseguiamo la moltiplicazione $0.625_{10} * 5_{10}$ si ottiene: 3.125_{10} . Dove 3_{10} è la parte intera che abbiamo chiamato in precedenza $I_{-1,10}$ e rappresenta la prima cifra a destra della virgola del numero in base B; quindi $D_{-1,5}=3_5$.

Si torna alla parte frazionaria che abbiamo chiamato $F_{-1,10} = 0.125_{10}$ ed eseguiamo $F_{-1,10} * B = 0.125 * 5 = I_{-2,10} + F_{-2,10} = 0.625_{10}$. Quindi otteniamo una parte intera $I_{-2,10}$ nulla e di conseguenza la seconda cifra a destra della virgola del numero convertito nella base B è 0_5 ; quindi $D_{-2,5}=0_5$.

Poiché $F_{-2,10} = 0.625_{10}$ cioè la parte frazionaria ottenuta è uguale al numero decimale di partenza, avremo che le successive cifre a destra della virgola del numero in base B saranno una successione di 3 e 0.

Quindi abbiamo trovato che 0.625_{10} equivale a 0.3030303_5 .

Per verificarlo basta eseguire:

$$3*5^{-1} + 3*5^{-3} + 3*5^{-5} = 0.6 + 0.024 + 0.00096 = 0.62496_{10}$$

il numero è approssimato per difetto. Se vogliamo approssimare per eccesso basterà prendere 1 come ultima cifra. Infatti

$$3*5^{-1} + 3*5^{-3} + 3*5^{-5} + 1*5^{-6} = 0.6 + 0.024 + 0.00096 + 0.000064 = 0.625024_{10}$$

• ESEMPIO 3: Convertiamo il numero $0,869_{10}$ in base 8.

Eseguiamo la moltiplicazione $0.869_{10} * 8_{10}$ si ottiene: 6.952_{10} . Dove 6_{10} è la parte intera che abbiamo chiamato in precedenza $I_{-1,10}$ e rappresenta la prima cifra a destra della virgola del numero in base B; quindi $D_{-1,8}=6_8$.

Si torna alla parte frazionaria che abbiamo chiamato $F_{-1,10} = 0.952_{10}$ ed eseguiamo $F_{-1,10} * B = 0.952 * 8 = I_{-2,10} + F_{-2,10} = 7.616_{10}$. Quindi otteniamo una parte intera $I_{-2,10} = 7_{10}$ e di conseguenza la seconda cifra a destra della virgola del numero convertito nella base B è 7_8 ; quindi $D_{-2,8}=7_8$.

Si torna alla parte frazionaria che abbiamo chiamato $F_{-2,10} = 0.616_{10}$ ed eseguiamo $F_{-2,10} * B = 0.616 * 8 = I_{-3,10} + F_{-3,10} = 4.928_{10}$. Quindi otteniamo una parte intera $I_{-3,10} = 4_{10}$ e di conseguenza la terza cifra a destra della virgola del numero convertito nella base B è 4_8 ; quindi $D_{-3,8}=4_8$.

Potremmo continuare ma decidiamo di fermarci qui e quindi abbiamo trovato che 0.869_{10} equivale a 0.674_8 .

Eseguiamo la verifica:

$$0.674_8 = 6*8^{-1} + 7*8^{-2} + 4*8^{-3} = 0.750 + 0.109375 + 0.0078125 = 0.8671875_{10}$$

il numero è approssimato per difetto. Se vogliamo approssimare per eccesso basterà prendere 5 come ultima cifra. Infatti

$$0.675_8 = 6*8^{-1} + 7*8^{-2} + 5*8^{-3} = 0.750 + 0.109375 + 0.0097656 = 0.86914_{10}$$

ESERCIZIO: UTILIZZANDO IL METODO SOPRA DESCRITTO ESEGUIRE LE SEGUENTI CONVERSIONI

$6.7855_{10} = \underline{\hspace{2cm}}_{16}$	$3456.784_{10} = \underline{\hspace{2cm}}_8$	$5648.9032_{10} = \underline{\hspace{2cm}}_{16}$
$6.7855_{10} = \underline{\hspace{2cm}}_2$	$3456.784_{10} = \underline{\hspace{2cm}}_2$	$5648.9032_{10} = \underline{\hspace{2cm}}_2$